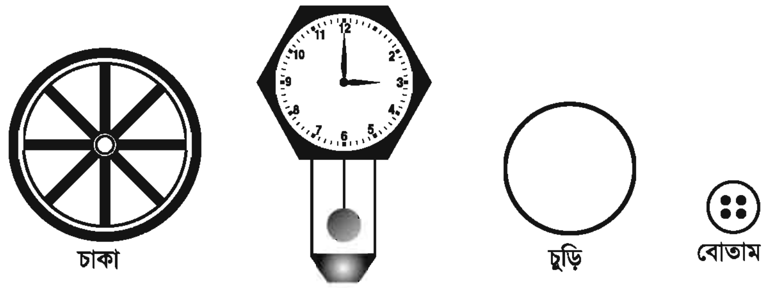
দশম অধ্যায়

বৃত্ত

প্রতিদিন আমরা কিছু জিনিস দেখি ও ব্যবহার করি যা বৃত্তাকার : যেমন, গাড়ির চাকা, চুড়ি, ঘড়ি, বোতাম, থালা, মুদ্রা ইত্যাদি । আমরা দেখি যে, ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার অগ্রভাগ গোলাকার পথে ঘুরতে থাকে । সেকেন্ডের কাঁটার অগ্রভাগ যে পথ চিহ্নিত করে একে বৃত্ত বলে । বৃত্তাকার বস্তুকে আমরা নানাভাবে ব্যবহার করি ।



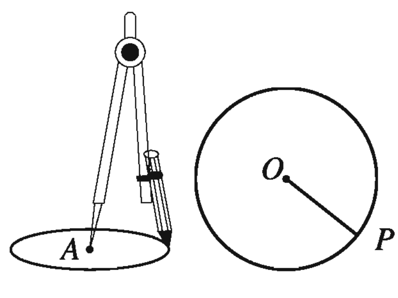
অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা–

- বৃত্তের ধারণা লাভ করবে ।
- পাই (π)এর ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে ।
- বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও পরিসীমা নির্ণয় করে সমস্যা সমাধান করতে পারবে ।
- বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য প্রয়োগ করে সমস্যা সমাধান করতে পারবে এবং পরিমাপক ফিতা ব্যবহার করে বৃত্তাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল পরিমাপ করতে পারবে ।
- চতুর্ভুজ ও বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সাহায্যে বেলনের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল পরিমাপ করতে পারবে ।

১০.১ বৃত্ত

এক টাকার একটি বাংলাদেশি মুদ্রা নিয়ে সাদা কাগজের উপর রেখে মুদ্রাটির মাঝ বরাবর বাঁ হাতের তর্জনি দিয়ে চেপে ধরি । এই অবস্থায় ডান হাতে সরু পেন্সিল নিয়ে মুদ্রাটির গাঁ ঘেষে চারদিকে ঘুরিয়ে আনি । মুদ্রাটি সরিয়ে নিলে কাগজে একটি গোলাকার আবদ্ধ বক্ররেখা দেখা যাবে । এটি একটি বৃত্ত ।

নিখুঁতভাবে বৃত্ত আঁকার জন্য পেন্সিল কম্পাস ব্যবহার করা হয় । কম্পাসের কাঁটাটি কাগজের উপর চেপে ধরে অপর প্রান্তে সংযুক্ত পেন্সিলটি কাগজের উপর চারদিকে ঘুরিয়ে আনলেই একটি বৃত্ত আঁকা হয়ে থাকে, যেমনটি চিত্রে দেখানো হয়েছে । তাহলে বৃত্ত আঁকার সময় নির্দিষ্ট একটি বিন্দু থেকে সমদূরবর্তী বিন্দুগুলোকে আঁকা হয় । এই নির্দিষ্ট বিন্দুটি বৃত্তের কেন্দ্র । কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী যেকোনো বিন্দুর দূরত্বকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলা হয় ।

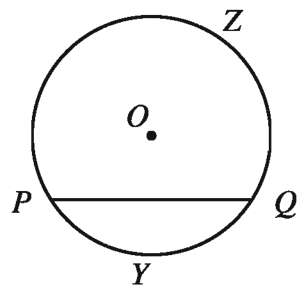


কাজ :

১। পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে O কেন্দ্রবিশিষ্ট 4 সে.মি. ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত আঁক। বৃত্তের উপরে বিভিন্ন জায়গায় কয়েকটি বিন্দু A, B, C, D নিয়ে কেন্দ্র থেকে বিন্দুগুলো পর্যন্ত রেখাংশগুলো আঁক। রেখাংশগুলোর দৈর্ঘ্য পরিমাপ কর। কী লক্ষ কর?

১০.২ বৃত্তের জ্যা ও চাপ

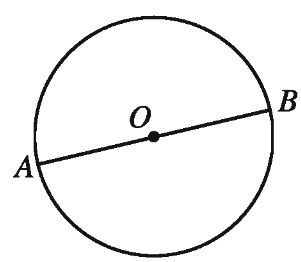
পাশের চিত্রে, একটি বৃত্ত দেখানো হয়েছে, যার কেন্দ্র O। বৃত্তের উপর যেকোনো বিন্দু P, Q নিয়ে এদের সংযোজক রেখাংশ PQ টানি। PQ রেখাংশ বৃত্তটির একটি জ্যা। জ্যা দ্বারা বৃত্তটি দুইটি অংশে বিভক্ত হয়েছে। জ্যাটির দুই পাশের দুই অংশে বৃত্তটির উপর দুইটি বিন্দু Y, Z নিলে ঐ দুইটি অংশের নাম PYQ ও PZQ। জ্যা দ্বারা বিভক্ত বৃত্তের প্রত্যেক অংশকে বৃত্তচাপ, বা সংক্ষেপে চাপ বলে। চিত্রে, PQ জ্যা দ্বারা সৃষ্ট চাপ দুইটি হচ্ছে PYQ ও PZQ।



বৃত্তের যেকোনো দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ বৃত্তটির একটি জ্যা।
প্রত্যেক জ্যা বৃত্তকে দুইটি চাপে বিভক্ত করে।

১০.৩ ব্যাস ও পরিধি

পাশের চিত্রে, AB এমন একটি জ্যা, যা বৃত্তের কেন্দ্র O দিয়ে গেছে। এরূপ ক্ষেত্রে আমরা বলি, জ্যাটি বৃত্তের একটি ব্যাস। ব্যাসের দৈর্ঘ্যকেও ব্যাস বলা হয়। AB ব্যাসটি দ্বারা সৃষ্ট চাপ দুইটি সমান; এরা প্রত্যেকে একটি অর্ধবৃত্ত। বৃত্তের কেন্দ্রগামী যেকোনো জ্যা, বৃত্তের একটি ব্যাস। ব্যাস বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা। বৃত্তের প্রত্যেক ব্যাস বৃত্তকে দুইটি অর্ধবৃত্তে বিভক্ত করে। ব্যাসের অর্ধেক দৈর্ঘ্যকে ব্যাসার্ধ বলে। ব্যাস ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ।



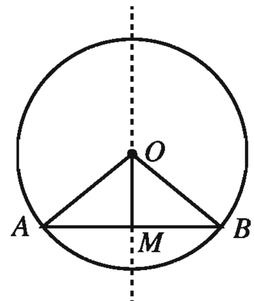
বৃত্তের সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্যকে পরিধি বলে। অর্থাৎ বৃত্তস্থিত যেকোনো বিন্দু P থেকে বৃত্ত বরাবর ঘুরে পুনরায় P বিন্দু পর্যন্ত পথের দূরত্বই পরিধি।

বৃত্ত সরলরেখা নয় বলে রুলারের সাহায্যে বৃত্তের পরিধির দৈর্ঘ্য পরিমাপ করা যায় না। পরিধি মাপার একটি সহজ উপায় আছে। ছবি আকার কাগজে একটি বৃত্ত এঁকে বৃত্ত বরাবর কেটে নাও। পরিধির উপর একটি বিন্দু চিহ্নিত কর। এবার কাগজে একটি রেখাংশ আঁক এবং বৃত্তাকার কার্ডটি কাগজের উপর খাড়াভাবে রাখ যেন পরিধির চিহ্নিত বিন্দুটি রেখাংশের এক প্রান্তের সাথে মিলে যায়। এখন কার্ডটি রেখাংশ বরাবর গড়িয়ে নাও যতক্ষণ-না পরিধির চিহ্নিত বিন্দুটি রেখাংশকে পুনরায় স্পর্শ করে। স্পর্শবিন্দুটি চিহ্নিত কর এবং রেখাংশের প্রান্তবিন্দু থেকে এর দৈর্ঘ্য পরিমাপ কর। এই পরিমাপই পরিধির দৈর্ঘ্য। লক্ষ কর, ছোট বৃত্তের ব্যাস ছোট, পরিধিও ছোট; অন্যদিকে বড় বৃত্তের ব্যাস বড়, পরিধিও বড়।

১০.৪ বৃত্ত সম্পর্কিত উপপাদ্য

কাজঃ
১। ট্রেসিং কাগজে যেকোনো ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত আঁক। O, বৃত্তের কেন্দ্র নাও। ব্যাস ভিন্ন একটি জ্যা AB আঁক। O বিন্দুর মধ্য দিয়ে কাগজটি এমনভাবে ভাঁজ কর যেন, জ্যা-এর প্রান্তবিন্দুদ্বয় A ও B মিলে যায়। ভাঁজ বরাবর রেখাংশ OM আঁক যা জ্যাকে M বিন্দুতে ছেদ করে। তা হলে M জ্যা-এর মধ্যবিন্দু। $\angle OMA$ ও $\angle OMB$ কোণগুলো পরিমাপ কর। এরা প্রত্যেকে কি এক সমকোণের সমান?

উপপাদ্য ১।
বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা-এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা-এর উপর লম্ব।



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা এবং M এই জ্যা-এর মধ্যবিন্দু। O, M যোগ করি।
প্রমাণ করতে হবে যে, OM রেখাংশ AB জ্যা-এর উপর লম্ব।

অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔOAM এবং ΔOBM এ	
$AM = BM$	[M, AB এর মধ্যবিন্দু]
$OA = OB$	[উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং $OM = OM$	[সাধারণ বাহু]
সুতরাং $\Delta OAM \cong \Delta OBM$	[বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]
$\therefore \angle OMA = \angle OMB$	
(২) যেহেতু কোণদ্বয় রৈখিক যুগল কোণ এবং এদের পরিমাপ সমান,	
সুতরাং, $\angle OMA = \angle OMB$ = ১ সমকোণ।	
অতএব, $OM \perp AB$. (প্রমাণিত)	

কাজ : প্রমাণ কর যে, বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য কোনো জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। [ইঙ্গিতঃ সমকোণী ত্রিভুজের সর্বসমতা ব্যবহার কর]

অনুসিদ্ধান্ত ১। বৃত্তের যেকোনো জ্যা-এর লম্বসম-দ্বিখণ্ডক কেন্দ্রগামী।

অনুসিদ্ধান্ত ২। যেকোনো সরলরেখা একটি বৃত্তকে দুইয়ের অধিক বিন্দুতে ছেদ করতে পারে না।

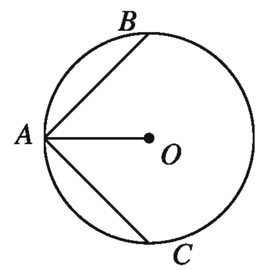
অনুশীলনী ১০.১

১। প্রামণ কর যে, কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র হবে।

২। প্রমাণ কর যে, দুইটি সমান্তরাল জ্যা-এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব।

৩। কোনো বৃত্তের AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। প্রমাণ কর যে, $AB = AC.$

৪। চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা $AB =$ জ্যা $AC.$
প্রমাণ কর যে, $\angle BAO = \angle CAO.$

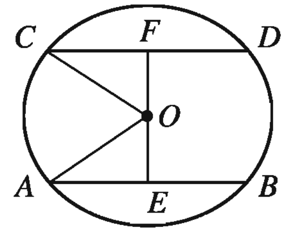


৫। কোনো বৃত্ত একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো দিয়ে যায়। দেখাও যে, বৃত্তটির কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু।

৬। দুইটি সমকেন্দ্রিক বৃত্তের একটির AB জ্যা অপর বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে।
প্রমাণ কর যে, $AC = BD.$

উপপাদ্য ২।

বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী।



মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা।
প্রমাণ করতে হবে যে, O থেকে AB এবং CD জ্যাদ্বয় সমদূরবর্তী।

অঙ্কন : O থেকে AB এবং CD জ্যা-এর উপর যথাক্রমে OE এবং OF লম্ব রেখাংশ আঁকি। O, A এবং O, C যোগ করি।

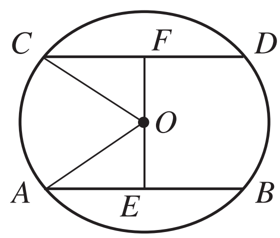
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $OE \perp AB$ ও $OF \perp CD.$ সুতরাং, $AE = BE$ এবং $CF = DF.$ $\therefore AE = \frac{1}{2}AB$ এবং $CF = \frac{1}{2}CD.$	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) কিন্তু, $AB = CD$ বা $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$ $\therefore$ $AE = CF.$	[কল্পনা]
(৩) এখন ΔOAE এবং ΔOCF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে	

অতিভুজ $OA =$ অতিভুজ OC এবং $AE = CF$. $\therefore \ \Delta OAE \cong \Delta OCF$ $\therefore \ OE = OF$.	[উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [ধাপ ২] [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
(৪) কিন্তু OE এবং OF কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে AB জ্যা এবং CD জ্যা-এর দূরত্ব । সুতরাং, AB এবং CD জ্যাদ্বয় বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী । (প্রমাণিত)	

উপপাদ্য ৩

বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান ।



মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD দুইটি জ্যা । O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OE ও OF লম্ব । তাহলে OE ও OF কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে AB ও CD জ্যা এর দূরত্ব নির্দেশ করে । $OE = OF$ হলে প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = CD$.

অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি ।

প্রমাণ :

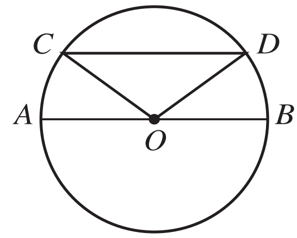
ধাপ	**যথার্থতা**
(১) যেহেতু $OE \perp AB$ এবং $OF \perp CD$. সুতরাং, $\angle OEA = \angle OFC =$ এক সমকোণ	[সমকোণ]
(২) এখন, ΔOAE এবং ΔOCF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ $OA =$ অতিভুজ OC এবং $OE = OF$ $\therefore \ \Delta OAE \cong \Delta OCF$ $\therefore \ AE = CF$.	[উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [কল্পনা] [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
(৩) $AE = \frac{1}{2} AB$ এবং $CF = \frac{1}{2} CD$	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(৪) সুতরাং $\frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} CD$ অর্থাৎ, $AB = CD$	

২০১৮

উদাহরণ ৪ । প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা ।

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট $ABDC$ একটি বৃত্ত । AB ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB > CD$



অঙ্কন : O, C এবং O, D যোগ করি ।

প্রমাণ : $OA = OB = OC = OD$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এখন , ΔOCD এ

$OC + OD > CD$

[$\because$ ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $OA + OB > CD$

অর্থাৎ, $AB > CD.$

অনুশীলনী ১০.২

১ । বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা পরস্পরকে ছেদ করলে দেখাও যে, এদের একটির অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান ।

২ । প্রমাণ কর যে, বৃত্তের সমান জ্যা-এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত ।

৩ । দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে এরা সমান্তরাল হয় ।

৪ । দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে এরা সমান হয় ।

৫ । দেখাও যে, বৃত্তের দুইটি জ্যা-এর মধ্যে বৃহত্তর জ্যা-টি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর ।

৬. O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে PQ এবং RS দু'টি সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N ।

ক) 314 বর্গ সে.মি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো ।

খ) প্রমাণ কর যে, $OM = ON$ ।

গ) PQ এবং RS জ্যাদ্বয় বৃত্তের অভ্যন্তরে পরস্পরকে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, একটির অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান ।

১০.৫ বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত (π)

বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের মধ্যে কোনো সম্পর্ক রয়েছে কি না বের করার জন্য দলগতভাবে নিচের কাজটি কর:

কাজ:

১ । তোমরা প্রত্যেকে পছন্দমতো ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্ধের তিনটি করে বৃত্ত আঁক এবং ব্যাসার্ধ ও পরিধি পরিমাপ করে নিচের সারণিটি পূরণ কর । পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত কি ধ্রুবক বলে মনে হয়?

বৃত্ত	ব্যাসার্ধ	পরিধি	ব্যাস	পরিধি / ব্যাস
1	3.5 সে.মি.	22 সে.মি.	7.0 সে.মি.	22/7 =3.142

কোনো বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত ধ্রুবক । একে গ্রিক অক্ষর π (পাই) দ্বারা নির্দেশ করা হয় ।
অর্থাৎ, বৃত্তের পরিধি c ও ব্যাস d হলে অনুপাত $\frac{c}{d} = \pi$ বা $c = \pi d$.
আবার বৃত্তের ব্যাস ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ ; অর্থাৎ, $d = 2r$ অতএব, $c = 2\pi r$

প্রাচীন কাল থেকে গণিতবিদগণ π এর আসন্ন মান নির্ণয়ের চেষ্টা করেছেন । ভারতীয় গণিতবিদ আর্যভট্ট (৪৭৬ – ৫৫০ খ্রিস্টাব্দ) π এর আসন্ন মান নির্ণয় করেছেন $\frac{62832}{20000}$ যা প্রায় $3 \cdot 1416$. গণিতবিদ শ্রীনিবাস রামানুজন (১৮৮৭–১৯২০) π এর আসন্ন মান বের করেছেন যা দশমিকের পর মিলিয়ন ঘর পর্যন্ত সঠিক । প্রকৃতপক্ষে, π একটি অমূলদ সংখ্যা । আমাদের দৈনন্দিন হিসাবের প্রয়োজনে ধ্রুবক π এর আসন্ন মান $\frac{22}{7}$ ধরা হয় ।

উদাহরণ ১ । 10 সে.মি. ব্যাসের বৃত্তের পরিধি কত? ($\pi \approx 3 \cdot 14$ ধর)

সমাধান : বৃত্তের ব্যাস $d = 10$ সে.মি

বৃত্তের পরিধি $= \pi d$

$\approx 3.14 \times 10$ সে.মি. $= 31 \cdot 4$ সে.মি.

অতএব, 10 সে.মি. ব্যাসের বৃত্তের পরিধি $31 \cdot 4$ সে.মি. (প্রায়) ।

উদাহরণ ২ । 14 সে.মি. ব্যাসার্ধের বৃত্তের পরিধি কত? ($\pi \approx \frac{22}{7}$ ধর)

সমাধান : বৃত্তের ব্যাসার্ধ $(r) = 14$ সে.মি

বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$

$\approx 2 \times \frac{22}{7} \times 14$ সে.মি. $= 88$ সে.মি.

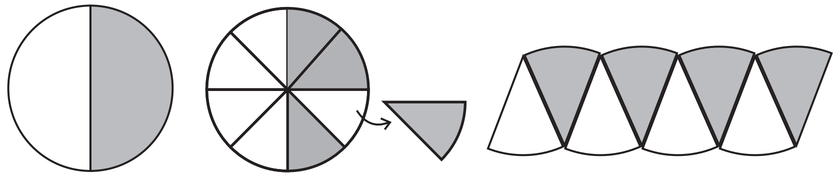
অতএব, 14 সে.মি. ব্যাসার্ধের বৃত্তের পরিধি 88 সে.মি. (প্রায়) ।

১০.৬ বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

বৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ সমতলীয় ক্ষেত্র বৃত্তক্ষেত্র । বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বের করার জন্য নিচের কাজটি করি ।

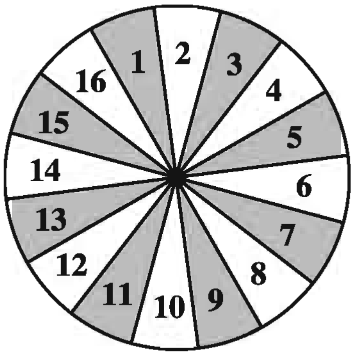
কাজ :

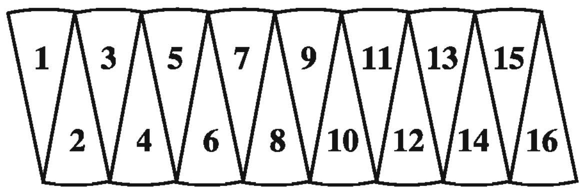
(ক) কাগজে চিত্রের ন্যায় একটি বৃত্ত এঁকে এর অর্ধাংশ রং কর । এবার বৃত্তটি মাঝ বরাবর পর্যায়ক্রমে তিন বার ভাঁজ কর এবং ভাঁজ বরাবর কেটে নাও । বৃত্তটি সমান আটটি অংশে বিভক্ত হলো । বৃত্তের টুকরোগুলোকে চিত্রের ন্যায় সাজালে কী পাওয়া যায় ? একটি সামান্তরিকের মতো নয় কি ?



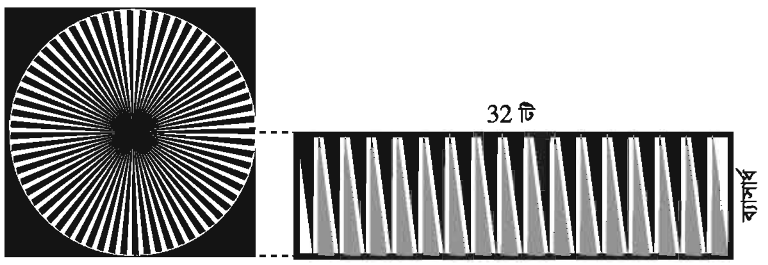
(i) (ii)

(খ) বৃত্তটি সমান ষোলোটি অংশে বিভক্ত করে একইভাবে সাজাও । সাজানোর ফলে কী পেয়েছো ?





(গ) বৃত্তটি সমান চৌষট্টি অংশে বিভক্ত করে একইভাবে সাজাও। সাজানোর ফলে কী পেয়েছো? প্রায় একটি আয়তক্ষেত্র কি ?



(ঘ) আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত ? ক্ষেত্রফল কত ?

বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল= আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

= পরিধির অর্ধেক × ব্যাসার্ধ

$$= \frac{1}{2} \times 2\pi\, r \times r = \pi r^2$$

$\therefore$ বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = πr^2 ।

কাজ :

১। (ক) গ্রাফ কাগজে 5 সে.মি. ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত অঙ্কন কর। ক্ষুদ্রতম বর্গগুলো গণনা করে বৃত্তক্ষেত্রটির আনুমানিক ক্ষেত্রফল বের কর।

(খ) একই বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর। নির্ণীত ক্ষেত্রফল ও আনুমানিক ক্ষেত্রফলের পার্থক্য বের কর।

উদাহরণ ৩। 9·8 মি. ব্যাসের বৃত্তাকার একটি বাগানের ক্ষেত্রফল কত?

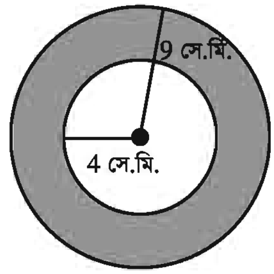
সমাধান : বৃত্তাকার বাগানটির ব্যাস, $d = 9{\cdot}8$ মি.

বৃত্তাকার বাগানটির ব্যাসার্ধ $r = \frac{9{\cdot}8}{2}$ মি. $= 4{\cdot}9$ মি.

বৃত্তাকার বাগানটির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

$\approx 3{\cdot}14 \times 4{\cdot}9^2$ বর্গমিটার $= 75{\cdot}39$ বর্গমিটার (প্রায়)

উদাহরণ ৪ । পাশের চিত্রে দুইটি সমকেন্দ্রিক বৃত্ত প্রদর্শিত হয়েছে । বৃত্ত দুইটির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 9 সে.মি. ও 4 সে.মি. । বৃত্তদ্বয়ের পরিধির মধ্যবর্তী এলাকার ক্ষেত্রফল কত ?



সমাধান :

বৃহত্তর বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 9$ সে.মি.

বৃহত্তর বৃত্তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ সেন্টিমিটার

$\approx 3{\cdot}14 \times 9^2$ বর্গ সেন্টিমিটার $= 254{\cdot}34$ বর্গ সেন্টিমিটার

ক্ষুদ্রতর বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 4$ সে.মি.

ক্ষুদ্রতর বৃত্তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ সেন্টিমিটার

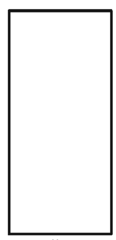
$\approx 3{\cdot}14 \times 4^2$ বর্গ সেন্টিমিটার $= 50{\cdot}24$ বর্গ সেন্টিমিটার (প্রায়)

বৃত্তদ্বয়ের মধ্যবর্তী এলাকার ক্ষেত্রফল $= (254{\cdot}34 - 50{\cdot}24)$ বর্গ সেন্টিমিটার (প্রায়)

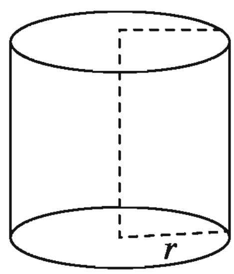
$= 204{\cdot}10$ বর্গ সেন্টিমিটার (প্রায়)

১০.৭ বেলন বা সিলিন্ডার (cylinder)

একটি আয়তাকার (চিত্র-১) বা বর্গাকার ক্ষেত্রকে তার যেকোনো এক বাহুকে স্থির রেখে ক্ষেত্রটিকে সম্পূর্ণ একবার ঘোরানো হলে একটি ঘনবস্তু (চিত্র-২) উৎপন্ন হয় । এরূপ ঘনবস্তুকে বলা হয় সমবৃত্তভূমিক বেলন বা সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার (Right circular cylinder) স্থির রেখাটিকে বেলনটির অক্ষ ও এর বিপরীত বাহুকে বেলনটির সৃজক রেখা বলা হয় । এটি বেলনটির উচ্চতা । অপর বাহুটির দৈর্ঘ্য হচ্ছে বেলনটির ব্যাসার্ধ ।



চিত্র-১



চিত্র-২

বেলনের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় : মনে করি, একটি সমবৃত্তভূমিক বেলনের ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h । বেলুনটিকে (যেমন, টিনের একটি ফাঁপা কৌটা) তার প্রান্ততলদ্বয়ের সাথে লম্ব বরাবর কেটে সমতল আকারের করা হলে হবে একটি আয়তক্ষেত্র, যার প্রান্তদ্বয় হিসেবে যে দুই বাহু পাওয়া যাবে তাদের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য হবে $2\pi r$ (বৃত্তের পরিধি) এবং অপর বাহু হবে বেলনটির উচ্চতা ।


পরিধি $= 2\pi r$

অতএব, সমবৃত্তভূমিকে বেলনটির সমগ্র পৃষ্ঠের বা তলের

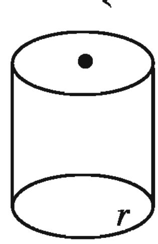
ক্ষেত্রফল = প্রান্ত তলদ্বয়ের ক্ষেত্রফল + বক্রতলের (যা একটি আয়তক্ষেত্র) ক্ষেত্রফল

$= 2 \text{ x } \pi r^2 + 2\,\pi y \text{ x } h$

$= 2\,\pi r^2 + 2\,\pi r h$

$= 2\,\pi r\,(r + h)$

উদাহরণ ৫ । একটি সমবৃত্তভূমিক বেলনের ব্যাসার্ধ 4.5 সে.মি. ও উচ্চতা 6 সে.মি. । বেলনটির বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ($\pi = 3.14$) ।



সমাধান : প্রদত্ত সমবৃত্তভূমিক বেলনটির ব্যাসার্ধ $r = 4.5$ সে.মি. ও উচ্চতা $h = 6$ সে.মি. ।

$\therefore$ বেলনটির বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল

$= 2\pi rh = 2 \text{ x } 3.14 \text{ x } 4.5 \text{ x } 6$ বর্গ সে.মি.

$= 6.28 \text{ x } 27$ বর্গ সে.মি $= 169.56$ বর্গ সে.মি

২০১৮

অনুশীলনী ১০.৩

১। কোন সমতলে–

i. দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে অসংখ্য বৃত্ত আঁকা যায়

ii. সমরেখ নয় এমন তিনটি বিন্দু দিয়ে কেবল একটিই বৃত্ত আঁকা যায়

iii.একটি সরলরেখা কোন বৃত্তকে দুইটির বেশি বিন্দুতে ছেদ করতে পারে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) iও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

২। 2r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের–

i. পরিধি $4\pi r$ একক

ii.ব্যাস4r একক

iii. ক্ষেত্রফল $= 2\pi r^2$ বর্গ একক

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) iও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩। 3 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র থেকে 6 সে.মি. দৈর্ঘ্যের জ্যা এর দূরত্ব কত সে.মি.?

ক) 6 খ) 3 গ) 2 ঘ) 0

৪। একক ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল–

ক) 1 বর্গ একক খ) 2 বর্গ একক গ) π বর্গ একক ঘ) π^2 বর্গ একক

৫। কোন বৃত্তের পরিধি 23 সে.মি. হলে এর ব্যাসার্ধ কত?

ক) 2.33 সে.মি. (প্রায়) খ) 3.66 সে.মি. (প্রায়) গ) 7.32 সে.মি. (প্রায়) ঘ) 11.5 সে.মি.(প্রায়)

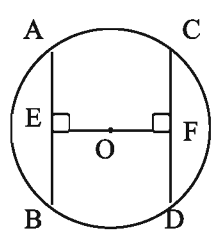
৬। 3 সে.মি. এবং 2 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট এক কেন্দ্রিক দু'টি বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি দ্বয়ের মাঝের অংশের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

ক) π খ) 3π গ) 4π ঘ) 5π

৭। কোন গাড়ির চাকার ব্যাস 38 সে.মি. হলে দুই বার ঘুরে চাকাটি কত সে.মি (প্রায়) দূরত্ব অতিক্রম করবে?

ক) 59.69 সে.মি. খ) 76 সে.মি. গ) 119.38 সে.মি. ঘ) 238.76 সে.মি.

♦ **চিত্রের আলোকে ৮, ৯ ও ১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**



২০১৮

চিত্রে O বৃত্তটির কেন্দ্র। BE = 4 cm

৮। OE = OF হলে, CD = কত সে.মি.?

ক) 3 cm খ) 4cm গ) 6cm ঘ) 8cm

৯। AB = CD এবং OE = 3 সে.মি. হলে, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত সে.মি.?

ক) 3 খ) 4 গ) 5 ঘ) 6

১০। AB > CD হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক) CF<BE খ) OE > OF গ) OE < OF ঘ) OE = OF

১১। পছন্দমতো কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নিয়ে পেন্সিল কম্পাস ব্যবহার করে একটি বৃত্ত আঁক। বৃত্তের উপর কয়েকটি ব্যাসার্ধ আঁক। মেপে দেখ সবগুলো ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য সমান কি-না।

১২। নিম্নবর্ণিত ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি নির্ণয় কর:

(ক) 10 সে.মি. (খ) 14 সে.মি. (গ) 21 সে.মি.

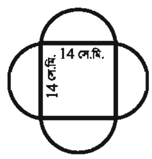
১৩। নিম্নবর্ণিত বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর:

(ক) ব্যাসার্ধ =12 সে.মি. (খ) ব্যাস = 34 সে.মি. (গ) ব্যাসার্ধ = 21 সে.মি.

১৪। একটি বৃত্তাকার শিটের পরিধি 154 সে.মি. হলে, এর ব্যাসার্ধ কত? শিটের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১৫। একজন মালী 21 মি. ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার বাগানের চারদিকে দুইবার ঘুরিয়ে দড়ির বেড়া দিতে চায়। প্রতি মিটার দড়ির মূল্য 18 টাকা হলে, তাকে কত টাকার দড়ি কিনতে হবে?

১৬। পাশের চিত্রের ক্ষেত্রটির পরিসীমা নির্ণয় কর।



১৭। 14 সে.মি. ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার বোর্ড থেকে 1·5 সে.মি. ব্যাসার্ধের দুইটি বৃত্তাকার অংশ এবং 3 সে.মি. দৈর্ঘ্য ও 1 সে.মি. প্রস্থের একটি আয়তাকার অংশ কেটে নেওয়া হলো। বোর্ডের বাকি অংশের ক্ষেত্রফল বের কর।

১৮। 5.5 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক বেলনের উচ্চতা 8 সে.মি.। বেলনটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ($\pi = 3.14$)।